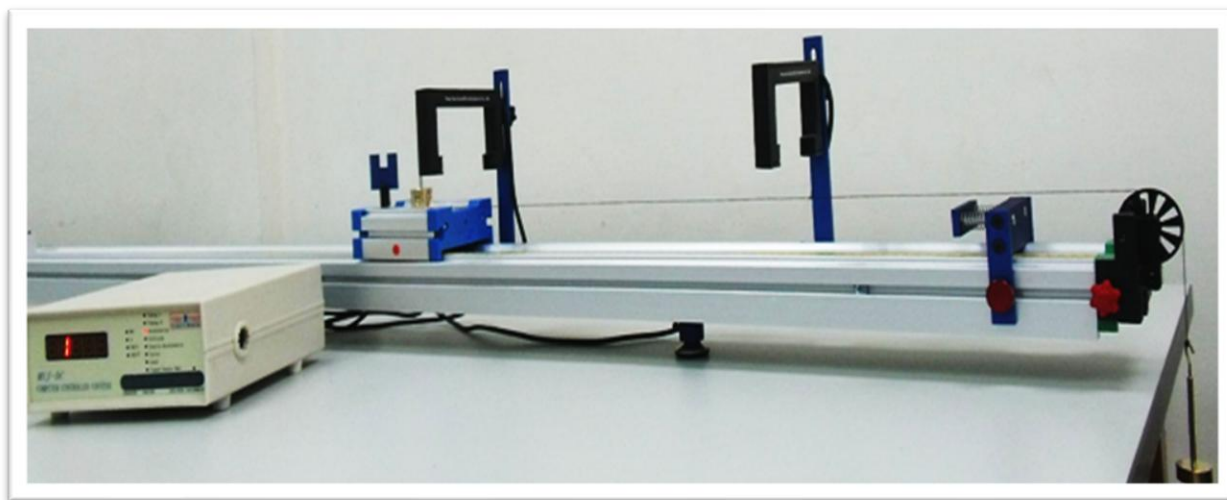


實驗 2 一維運動與牛頓第二定律 (Newton's Second Law)

編撰：國立清華大學物理系普物實驗課程團隊，版本：V2



封面照：實驗系統照片。

一、目的

1. 觀測滑車在外力作用下的一維運動，運用牛頓第二運動定律分析實驗系統特性。
2. 學習以不同儀器、不同方法量測或記錄運動軌跡或運動相關的物理量。
3. 熟悉光電計時器和光電閘的使用技巧和如何獲得精確的測量值。
4. 學習以光電計時器和光電閘測量物體做一維運動時，各種運動物理量隨時間 t 變化的軌跡和趨勢，如運動體的位置、速度、加速度和所受淨力隨時間的變化關係。
5. 學習以數位攝影或錄影方式記錄物體的運動狀況。
6. 學習數位影像位置擷取與數據分析軟體，例如 Tracker 影像追蹤軟體、Vernier 的 Logger Pro 套裝軟體。
7. 由所得之實驗數據，比較各使用儀器的差異性、優缺點。

二、原理

根據牛頓第二運動定律，物體的加速度與所受淨外力成正比，與質量成反比。運動方程式如下：

$$\sum_i \vec{F}_i = M\vec{a} \quad (1)$$

式中 $\sum \vec{F}_i$ 為物體所受外力總和(淨外力)， M 為物體的質量， $\vec{a}$ 是物體的加速度。

本實驗利用下列兩種實驗過程驗證一維空間的牛頓第二運動定律：

- (1) 對質量固定的物體(滑車) M ，施以不同大小的作用力 F ，觀測物體所產生的加速度 a 與作用力間的關係，即觀測 $a(F)$ 的函數關係。

(2) 固定作用力 F 的大小，改變受力物體的質量 M ，觀測物體所產生的加速度 a 與物體質量 M 間的關係，即觀測 $a(M)$ 的函數關係。

本實驗測量的基本設計如圖 1 所示，將質量為 m 的物體垂直懸掛於架設在軌道一側幾乎無摩擦力的理想滑輪上。因受重力作用，使物體對經滑輪上的傳動線(弦線或繩線)產生一向下的作用力；並經此傳動線，將重力轉成施加位於水平軌道上的滑車的作用力，並使用 M 和 m 物體一起產生一加速度運動。相較運動物體的質量 $M + m$ 而言，通常所使用的傳動線質量很輕，可以忽略不計。不考慮方向問題，則運動方程式和加速度大小的理論值 a_{th} 分別為

$$\sum_i \vec{F}_i = mg = (M + m)a_{th} \quad \rightarrow \quad a_{th} = \frac{m}{M+m}g \quad (2)$$

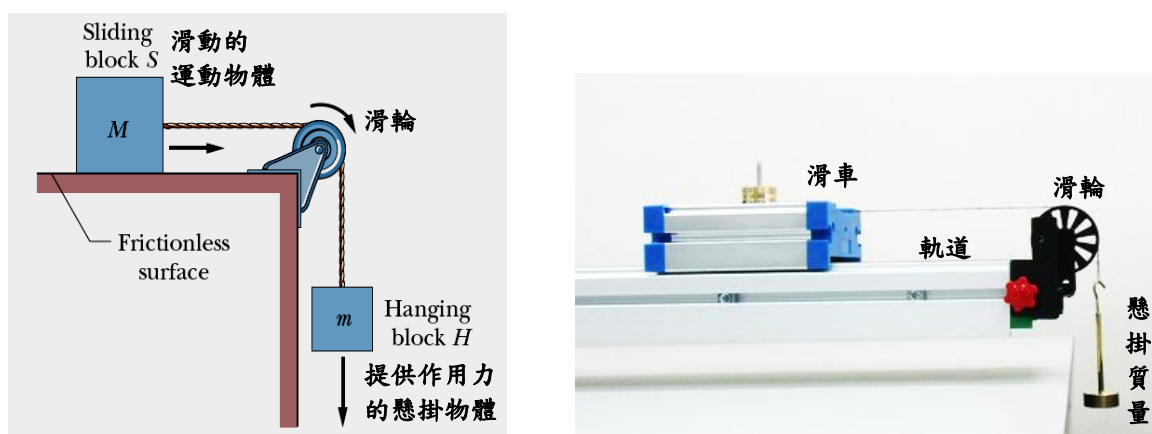


圖 1、一維運動與牛頓第二定律的實驗裝置示意圖、照片。

斜面運動

在這個實驗中，你將首先利用牛頓運動定律建立斜坡運動模型。實驗裝置示意圖如圖 2。位於軌道上的未知質量 M 的滑車，通過細線連接到懸掛質量 m 。當滑車被釋放時，滑車加速，你將使用光電閘及光電計時器測量滑車的加速度 a 。軌道傾斜一個小的 ($\approx 3^\circ$) 角度 θ (與水平面夾角)，而摩擦力 f 雖然很小但不可以忽略。

此實驗可求得：(a)滑車的質量 M ，(b)軌道的角度 θ ，和(c)摩擦力 f 。

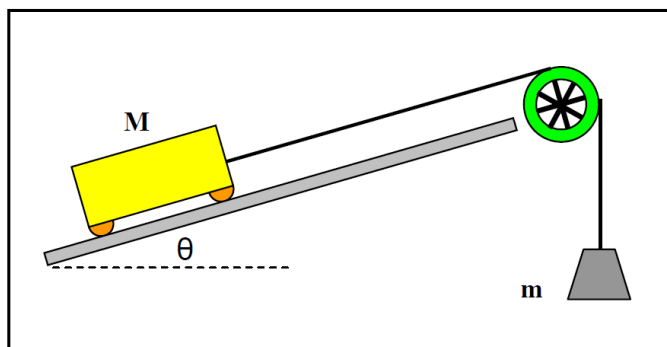


圖 2、牛頓第二運動定律斜坡模型裝置示意圖。

根據懸掛砝碼質量 m 的大小，物體(滑車)將會有三種不同的運動方式，以下我們將三種

情況分開討論。

(1) 當懸掛砝碼質量 m 較大，物體(滑車)沿著斜坡上滑：

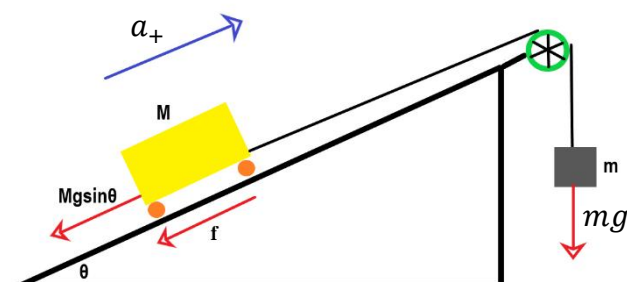


圖 3、牛頓第二運動定律斜坡模型裝置示意圖，滑車向上滑動時。

根據牛頓第二運動定律，運動方程式如下式：

$$\sum_i \vec{F}_i = (M + m)a_+ = mg - Mg \sin \theta - f \quad (3)$$

此處 a_+ 代表加速度(正值)，方向朝斜坡上面(正方向)。 $Mg \sin \theta$ 代表物體(滑車)因重力在斜坡上產生的下滑力， f 代表物體(滑車)在運動過程中，斜坡給予的摩擦力。

(2) 當懸掛砝碼質量 m 較小，物體(滑車)沿著斜坡下滑：

根據牛頓第二運動定律，運動方程式如下式：

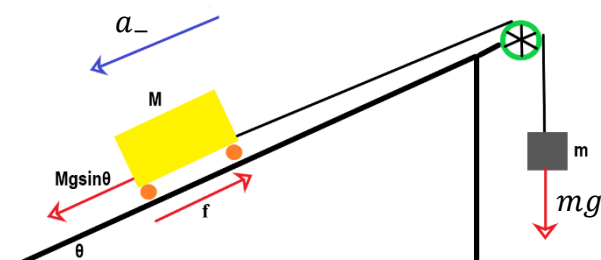


圖 4、牛頓第二運動定律斜坡模型裝置示意圖，滑車向下滑動時。

$$\sum_i \vec{F}_i = (M + m)(a_-) = mg - Mg \sin \theta + f \quad (4)$$

此處 a_- 代表加速度(負值)，方向朝斜坡下面(負方向)。 $Mg \sin \theta$ 代表物體(滑車)因重力在斜坡上產生的下滑力， f 代表物體(滑車)在運動過程中，斜坡給予的摩擦力。

(3) 當物體(滑車)所受之下滑力 $Mg \sin \theta$ 、外力 F 、摩擦力 f 合力為零，在斜坡上靜止。

歸納上述三種情況，我們可以得到斜坡運動模型，物體(滑車)的加速度 a 與懸掛砝碼質量 m 之函數關係式如下：

$$a_{\pm}(m) = \frac{mg - Mg\sin\theta \mp |f|}{M+m} \quad (5)$$

三、器材

1. 每組請自備筆記型電腦。
2. 一維運動軌道系統及配件。
3. 多功能光電計時器：光電閘式測量系統，可測量多種不同運動物理量，見圖2~圖4。
4. 依教師指定，若要使用**影像紀錄**分析加速度，可使用 Vernier 公司開發的 Logger Pro 套裝軟體，或 Tracker 影像追蹤與分析軟體，或其他功能類似且實驗者自己熟悉的軟體。
5. 依教師指定，可使用 Arduino 搭配**小光電閘**測量滑輪轉動速率，得到位置隨時間的變化。需在筆電自行下載 CoolTerm 軟體讀取數據。詳見本實驗網頁。
6. 依教師指定，可使用 Arduino 搭配**超音波測距器模組**，得到位置隨時間的變化。需在筆電自行下載 CoolTerm 軟體。詳見本實驗網頁。

四、儀器介紹與使用說明

「工欲善其事，必先利其器！」欲獲得精確的實驗結果，則於實驗前，應先充分了解欲使用之各項儀器的設計原理、詳細功能、正確操作方法和使用注意事項等等。如此才能善選適當儀器和正確測量方法，以獲得精確的數據，進而才能獲取正確的實驗結果。

1. 多功能光電計時器：(先閱讀 附錄一、多功能光電計時器使用說明)

此實驗用到 2 個光電閘。當滑車遮光板通過第一個光電閘(P1)時，會遮蔽閘門紅外線一小段時間，由遮蔽時間與遮光板寬度，可以測得此遮光板通過時的平均速率。同樣的，也可以測量通過第二個光電閘(P2)時的平均速率。知道兩個速率，以及兩者之間的時間差，即可以求出平均加速度。

實驗時，在光電計時器上選擇 Acceleration 模式：直線運動體加速度值的計算 (含瞬時速度測量)。圖 5(a)顯示一個光電閘與裝了遮光板的滑車在軌道上。

2. 一維運動軌道與滑車及配件：如圖 5、圖 6 所示。



(a) 長軌道、滑車、光電閘與砝碼。

(b) 各種配件。

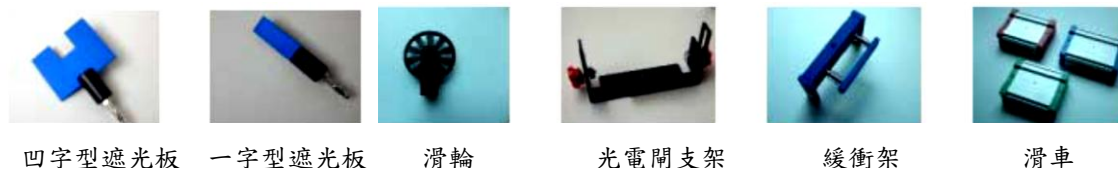


圖5、一維運動軌道和相關配件照片。

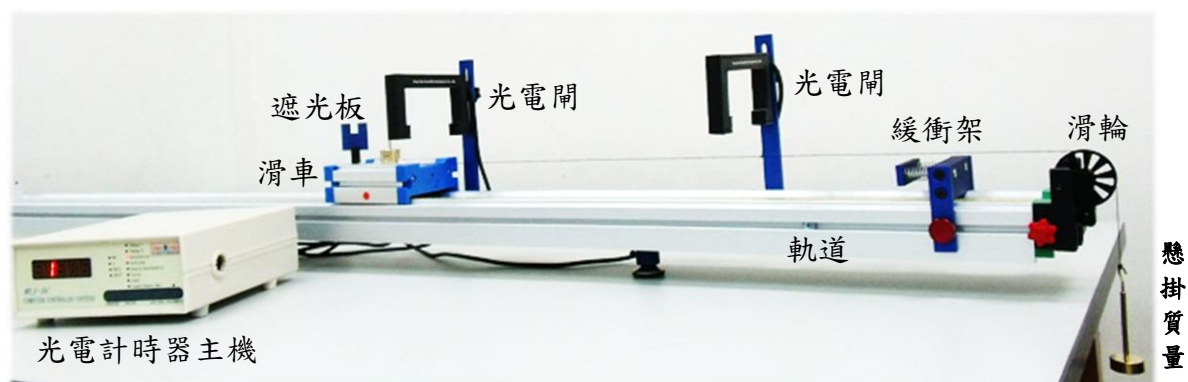


圖 6、一維運動軌道和實驗裝置照片。

(a) **軌道**：利用軌道底部可調高度的三支調整腳，調整軌道的水平或傾斜角（沿軌道方向的傾斜角度 θ ）。軌道兩側邊具有U型溝槽，可裝設相關配件，例如光電閘支架、緩衝架、角度指示器、軌道傾斜安置架和其他器件。

(b) **滑車**：鋁合金材質，重量約400 g (需實際秤量)。小心勿摔落。

五、實驗步驟：

1. 一維滑車運動軌道架設：

- (1) 參考圖 6 及實際軌道結構，將滑車 **輕放** 在軌道上輕推，測試滑車可順暢移動。
- (2) 將兩個光電閘以支架固定在軌道側邊，調整光電閘門形開口在軌道上方適當高度，使滑車(含遮光板)移動時遮光板不要撞到光電閘。
- (3) 軌道水平校正：將水平儀平放到軌道上，觀察水平儀氣泡是否置中。利用軌道底部可調高度的三支點調整軌道的水平，使水平儀氣泡置中。
- (4) (選做) 研究軌道水平調整的方法
 - (a) 請「自行設計」並「進行」軌道水平調整實驗流程，及水平精準度的驗證方法。將軌道調整到最好的水平狀態。
 - (b) 請記錄下詳細的實驗步驟、軌道水平度驗證方法、您的實驗結果，所用之實驗方法和驗證方式的優缺點。可以繪圖和實驗照片輔助記錄。
 - (c) L 長的軌道，在軌道兩端高度差 l ，且無其他人為的外力作用下，使質量為 M 的物體從軌道較高的一端放手，請問物體如何運動？加速度為何？當運動體到達軌道較低的一端會獲得的速度為何？
 - (d) 並請以本實驗的實際軌道長度估算上述問題的兩項物理量之數值？

2. 認識多功能光電計時器：

- (1) 請先詳細閱讀<附錄一>，了解光電計時器的使用手冊和前、後面板說明。
- (2) 觀察面板，了解此儀器有多項測量功能：
 - (a) Timing I：一般遮光時程測量
 - (b) Timing II：二次遮光時距測量
 - (c) **Acceleration**：直線運動體加速度值的計算 (含瞬時速度測量)
 - (d) Collision：碰撞實驗中，兩運動體碰撞前後的瞬時速度測量
 - (e) Gravity Acceleration：自由落體下落至不同高度的時間測量
 - (f) Cycle：單擺計次、累計時間、單次擺動週期記錄及顯示
 - (g) Count：計數遮光次數
 - (h) Signal Source：信號產生器，可供其他實驗使用。
- (3) 按**功能鍵**，切換上述功能。選擇 **Timing I**：一般遮光時程測量。將**一字形遮光板**插到滑車上，適當調整光電閘高度，使遮光板可以在通過光電閘時遮蔽紅外光的訊號(紅外光看不見，但發光與收光位置在靠近光電閘的門形開口)。將滑車輕輕推過光電閘，觀察光電計時器上的讀值是否呈現遮光板通過光電閘所花的時間。
- (4) 改選擇 Timing II，按 Changeover 選擇時間，改使用**凹字形遮光板**通過光電閘，**確認光電閘有通過遮光板的凹形區域**。觀察光電計時器上的讀值是否呈現遮光板通過光電閘所花的時間。
- (5) (選做) 請詳細描述八項測量的下列各事項：

- (a) 請詳細說明測量每一項物理量的工作原理。
- (b) 詳細描述自行設計的實驗內容和步驟。
- (c) 記錄測量到的實驗數據和結果。
- (d) 探討哪些因素會影響測量所得之數據的精確度，並說明每一影響因素的權重。
- (e) 探討如何提高測量數據的準確度。
- (f) 請助教或講師驗證您是否已確實熟悉光電計時器的使用和八項測量功能。

3. 實驗一：測試軌道摩擦力與水平

- (1) 取一空滑車，不在滑車上額外增加配重(砝碼)。在滑車上插上凹字形遮光板，調整光電閘，**確認遮光板的凹形區域有通過光電閘口**(使凹字形遮光板通過時會遮光 2 次)。測量並記錄滑車總質量 M 。
- (2) 將兩個光電閘(P1 與 P2)架在適當位置(例如軌道全長 1/3 與 2/3 左右的位置)。光電計時器按**功能鍵**選擇 **Acceleration** 模式，按 Changeover 選擇速度。輕推滑車，使凹字形遮光板依序通過 P1 光電閘與 P2 光電閘，光電計時器會呈現 P1 位置測得的速率、P2 位置測得的速率，以及此段過程中的**平均加速度**。

注意：凹字形遮光板的兩次遮光距離約略 3.0 公分，但光電計時器設定上有可能用一字形遮光板的距離 1.0 公分計算速率。若實際有效遮光距離為 3.0 cm，但儀器以 1.0 cm 計算，則儀器顯示的速率及由此計算的加速度皆約為實際值的 1/3，因此應乘以約 3.0 倍做修正。

選擇正確的遮光板寬度：

轉換鍵(Changeover)：當選擇計時、加速度和碰撞等測量功能時，在 1 秒內迅速按轉換鍵，可交替地選擇測量各種不同物理量。光電閘的遮光板寬度有 1.0 cm、3.0 cm、5.0 cm、10.0 cm 等四個不同寬度的選擇，可經由轉換鍵的切換選擇所用之遮光板的寬度。**使轉換鍵的切換時間超過 1 sec，即可選擇遮光板的寬度設定。**

- (3) 輕推滑車，以碼錶(使用手機碼錶功能)記錄滑車通過兩光電閘的時間，以捲尺測量兩個光電閘之間的距離。由時間與距離，求得整段區間的平均移動速率。跟光電計時器測得的局部速率值比較。(若差大約 3 倍，表示需要依照前面的注意事項做修正。)
- (4) 將滑車**由左往右**→輕推，測得並記錄**由左往右**滑動時的平均加速度。重複 5 次得到 5 次實驗值，記錄分析得到平均結果。
- (5) 將滑車**由右往左**←輕推，測得並記錄**由右往左**滑動時的平均加速度。重複 5 次得到 5 次實驗值，記錄分析得到平均結果。
- (6) 比較滑車**由左往右**→滑動及**由右往左**←滑動的加速度。若軌道無傾斜且滑動的動摩擦力與速度方向無關，則往左滑動與往右滑動的加速度大小(絕對值)應該一樣。若不一樣，討論其可能性。

註：向滑輪的方向為正方向。記錄加速度時請保留正、負號，不要只記錄加速度的大小。

- (7) 續。若往左滑動與往右滑動的加速度大小(絕對值)不一樣，可能是軌道仍有些微的傾斜角度 θ 。推算出軌道的傾斜角度 θ 。

註：此狀況相當於 式(5) 所描述的情況，但沒有外加重物 m 去拉動滑車

$$a_{\pm} = \frac{-Mg\sin\theta \mp |f|}{M} \quad (6)$$

若左滑動與往右滑動的摩擦力大小 $|f|$ 相等，可由 式(6) 求得傾斜角度 θ 。

4. (選做) 實驗二：摩擦力大小與滑車重量的關係

- (1) 續實驗一，微調軌道水平，使滑車往左滑動與往右滑動的加速度大小(絕對值)一樣，或盡可能接近。記錄此時的加速度，並推算此時的摩擦力大小。

(註：沒有特別註明需要重複做幾次時，請自行判斷是否需要重複測量。一般而言，會重複做 3-5 次，確認同一個條件下所得數據結果有重複性。)

- (2) 在滑車上增加一些質量，測量並記錄滑車總質量 M 。
(3) 使滑車往左滑動與往右滑動，記錄此時的加速度，並推算此時的摩擦力大小。
(4) 再次增加滑車總質量 M ，由測量到的加速度推算摩擦力大小。
(5) 重複以上步驟，得到 3~5 種不同滑車總質量 M 的摩擦力大小。

(註：建議在實驗器材允許的範圍內使最大的 M 與空滑車時的質量差異拉大，如此較能觀察到其影響。)

- (6) 在軌道近似水平的條件下，正向力 N 約與滑車重量 Mg 成正比，而摩擦力 f 假設與正向力 N 成正比，摩擦係數為 μ 。因此 $f = \mu N \approx \mu Mg$ 。由上述實驗結果，將摩擦力(f)隨滑車重量(Mg)的變化作圖，由圖分析，摩擦力 f 是否與正向力 $N (= Mg)$ 成正比？由公式 $f = \mu N$ 求出摩擦係數 μ 。

5. 實驗三：外力拉動滑車時的加速度 (使用光電閘)

- (1) 將滑輪安裝於軌道末端，參考圖 1 的實驗示意圖及圖 6 照片。輕轉滑輪，看滑輪是否轉動順暢。移動軌道，使滑輪 稍微 伸出桌緣，以確保懸掛砝碼的細線可自由上下移動，不摩擦到桌緣。

註：圖中雖然滑輪在軌道右邊末端，但依據實驗室現場走道方向，也可以將滑輪裝在軌道左邊末端。要特別注意，不可以使軌道與滑輪伸出太多，以避免被路過的人撞到的風險。

注意：在走廊移動時要小心，避免撞到滑輪。滑輪很貴，人為損壞要負賠償責任。

- (2) 在滑輪前一段距離加上緩衝架，使緩衝簧片面對滑車過來的方向。固定緩衝架。
(3) 取適當的砝碼。分別測量及記錄滑車質量 M 與懸掛物(砝碼掛鉤加砝碼)的質量 m 。
(4) 以適當長度的細線連接滑車和砝碼掛鉤(連同砝碼)。如圖 6，確認滑車被拉動時細線維持水平，且不會摩擦到其他地方。

註 1：使用較不具伸縮彈性的輕質細線，細線質量可忽略不計。

註 2：細線長度不可太長或太短，須使滑車有足夠等加速運動的距離與時間，利於實驗觀察。

註 3：可在懸掛物下方的地面上放置軟墊，以緩衝砝碼掛鉤撞擊地面的力道。

問題：若細線沒有平行於軌道面的話，會有怎麼樣的影響？

- (5) 將兩個光電閘(P1 與 P2)架在適當位置，使滑車從靜止釋放後，在砝碼掛鉤未落到地

面以前，依序通過兩個光電閘，此區間滑車等加速度運動。

(6) 使用光電計時器 **Acceleration** 模式，按 Changeover 選擇速度，以測量滑車被拉動過程的**平均加速度**。

(7) 由靜止釋放滑車，測得加速度。重複 5 次，確認重複性及平均值。

註：建議第一個光電閘不要離起點太近。(可以想一下，或嘗試看看，為何如此建議?)

(8) 將實驗測得的加速度 a ，與 式(2) 的加速度理論值 $a_{th} = \frac{m}{M+m}g$ 比較。求兩者之間的百分偏差(percent deviation from the theoretical or reference value)。

$$\text{百分偏差} = \frac{\text{實驗值} - \text{理論值}}{\text{理論值}} \times 100\%$$

6.(選做) 實驗四：外力拉動滑車時的加速度 (使用其他方法)

(1) 用其他測量加速度的儀器或方法，重複實驗三。

(2) 可參考<附錄二>、<附錄三>或實驗室網頁的說明，使用**影像數據擷取與分析軟體**。

(3) 可參考<附錄三>或實驗室網頁的說明，使用**超音波感測器**，或滑輪旁的小光電閘，搭配 Arduino 開發板及 CoolTerm 程式，讀取運動位置隨時間的變化，推算出加速度。

7. 實驗五：系統總質量不變時，拉力與加速度的關係

(1) 由 式(2) 加速度理論值 $a_{th} = \frac{m}{M+m}g$ 可知，當系統質量 $(M+m)$ 不變時，加速度 a 與懸掛質量 m 成正比。為了保持系統總質量 $M+m$ 不變，可以先在滑車上放上數個砝碼，之後將部分砝碼移到砝碼掛鉤上，如此不會改變系統總質量，又可以改變拉力 mg 。

註：**實驗五**是在**水平軌道**上做實驗。

(2) 在滑車上加掛數個砝碼，連同掛鉤一起放電子秤上測量系統總質量 $M+m$ 。

(3) 在掛鉤上放一個砝碼，其餘砝碼放在滑車上。類似實驗三的步驟，測量加速度。

註：此實驗若小心執行，同一拉力可以只做 1 次測量。若要確認重複性，則可同一拉力做 3 次測量，取平均。

(4) 由滑車上取下 1 個(或適當個數)砝碼，改放到掛鉤上使拉力增加(但系統總質量不變)。測量加速度。

(5) 多次改變拉力，記錄不同拉力 mg 下測得的加速度 a 。

(6) 以拉力 mg 為橫軸(x 軸)，實驗測得的加速度 a 為縱軸(y 軸)，作圖。在數據圖中加上**線性趨勢線** $y = Ax + B$ 。得到線性擬合參數 A 與 參數 B 。

(7) 由 式(2) 可知加速度 $a = \left(\frac{1}{M+m}\right) mg$ ，因此 A 應等於 $\frac{1}{M+m}$ ，或系統總質量 $M+m$ 應等於 $1/(A)$ 。將 $1/(A)$ 與實際秤量的系統總質量 $M+m$ 做比較，求兩者之間的百分偏差。(以實際秤量的系統總質量作為比較基準)

8.(選做) 實驗六：在軌道有傾斜角時，拉力與加速度的關係 (系統總質量維持不變)

(1) 與實驗五的方法相同，但是**實驗五**是在**水平軌道**上做實驗。本實驗改用傾斜軌道做實驗。

- (2) 由式(3)~式(5)可知，在滑輪那一側軌道比較高時，拉力 mg 若太小，會有負的加速度 a_- 。拉力 mg 較大，超過斜坡下滑力 $Mg\sin\theta$ 及摩擦力 f 時，才會得到正的加速度 a_+ 。理論值 $a_{\pm}(m) = \frac{mg - Mg\sin\theta \mp |f|}{M+m}$ 。
- (3) 本實驗將靠近滑輪那一側的腳墊高，使軌道傾斜角約為 3 度，測量不同拉力 mg 下的加速度 a 。
- 註：不轉動軌道底部可調高度的三支點(三根腳)的旋鈕，純粹找平整的物體墊高靠近滑輪那一側的腳。如此可由墊高增加的高度 h (用游標尺測量)及兩邊腳的距離 L (用捲尺測量)，求得傾斜角度 θ 。 $\tan\theta = \frac{h}{L}$ ， $\theta = \text{atan}\left(\frac{h}{L}\right) \approx \frac{h}{L}$ 。
- 注意：試算表裡面 $\text{atan}()$ 函數使用的角度通常是徑度，例如 $\text{atan}(1) = 0.785 (\approx \pi/4)$ 而不是 45 度。同樣的，放到 $\tan()$ 或 $\sin()$ 括號裡面的角度，也要使用徑度為單位。
- (4) 以拉力 mg 為橫軸(x 軸)，實驗測得的加速度 a 為縱軸(y 軸)，作圖。應該會得到在正的加速度範圍，數據呈線性增加(不通過原點)；在負的加速度範圍，數據也呈線性變化(不通過原點)。分別得到正加速度範圍及負加速度範圍的線性擬合線方程式。
- 註：建議用較小的拉力，在 $0\text{ g} \leq m \leq 50\text{ g}$ 之間測量 10 個以上的數據點。
- (5) 分析得到的兩條擬合線，解釋你的實驗結果。原則上，應該可以從數據推算出 (a) 系統的總質量 $(M+m)$ ，(b) 傾斜角度 θ ，和 (c) 摩擦力 f 。
- (6) 將以上所得的結果，與先前測量的結果做比較。

六、問題：

1. 你在實驗五，得到加速度 a (y 軸)隨拉力 mg (x 軸)變化的數據圖。依據式(2)理論，兩者應該成正比，其線性趨勢線 $y = Ax + B$ 的截距 B 應該是 0。但實際擬合得到的可能不等於 0。試由你得到的截距 B ，推測說明其可能的解釋。
2. 若你在實驗五得到的加速度 a 隨拉力 mg 變化的數據圖上，改用過原點的趨勢線 $y = Ax$ (在趨勢線選項中勾選截距值等於 0)。則由得到的參數 A ，計算 $1/A$ ，與系統總質量比較。這樣得到的結果，與不強制過原點的趨勢線相比，哪一種做法比較合適？

七、參考資料：

1. 實驗六，斜面運動參考的資料：[Turning a Common Lab Exercise into a Challenging Lab Experiment Revisiting the Cart on an Inclined Track](#)

附錄一、多功能光電計時器使用說明

如圖 1 所示，包含數支光電感應閘和信號連接線。具有下列八項測量功能：

- (1) **Timing I**：一般遮光時程測量
- (2) **Timing II**：二次遮光間的時距測量
- (3) **Acceleration**：直線運動體單點瞬時速度測量及雙點間加速度值的計算
- (4) **Collision**：碰撞實驗中，兩運動體碰撞前後的瞬時速度測量
- (5) **Gravity Acceleration**：自由落體下落至不同高度的時間測量
- (6) **Cycle**：單擺計次、累計時間、單次擺動週期記錄及顯示
- (7) **Count**：計數遮光次數
- (8) **Signal Source**：信號產生器，可供其他實驗使用。

在有關物體運動的實驗中經常使用，如觀測物體的直線、圓周、自由落體、碰撞和力學簡諧震盪等各種運動實驗。本學期至少有五個實驗必須用到。



圖 1、MUJ-5C 多功能光電計時器和光電閘(Optoelectric gate)。可隨時自行放大圖片，便可清楚觀測右面板上的各項 LED 的指示和下方四個黑色按鍵的功能。

A. 光電記錄器簡介

- (1) 光電感應閘(管)採紅外線感應作用，具 LED 燈指示；時間感應解析度為 $10\ \mu\text{s}$ ，遮光反應寬度 $< 1\ \text{mm}$ 。附電話線暨立體聲雙插頭連接線，用以連接電腦介面傳輸信號。
- (2) 以 INTEL MCS-51 高速數位微處理運算器做為自動測量及數據處理系統，測量物體的運動時間、速率和加速率，並具特定實驗模組測量及數據存儲功能。
- (3) 以 12 MHz 石英晶體振盪器做時基單元，晶體振盪頻率為 $2\ \text{MHz} \pm 20\ \text{Hz}$ (10 ppm)，故時基精確度高達 $0.5\ \mu\text{s}$ (時間測量時基為微秒級)，提供高達五位元的時間測量。
- (4) 僅四個功能操作鍵，即可簡單地完成八項不同物理量的測量。
- (5) 可作計時器、計數器、信號源和 6V 直流穩壓電源使用，並可用以直接測量運動物體的速率、加速度、重力加速度、週期等物理量。

B. 儀器規格

- (1) 0.56" LED 五位元數位顯示，含小數點和單位顯示，滿檔信號以“0.0.0.0.”表示。
- (2) 有四個顯示測量單位和八個指示測量功能的 LED 顯示燈。
- (3) 具量程自動定位、自動換檔及自動四捨五入的智慧化數據處理功能。
- (4) 各項物理量的測量範圍

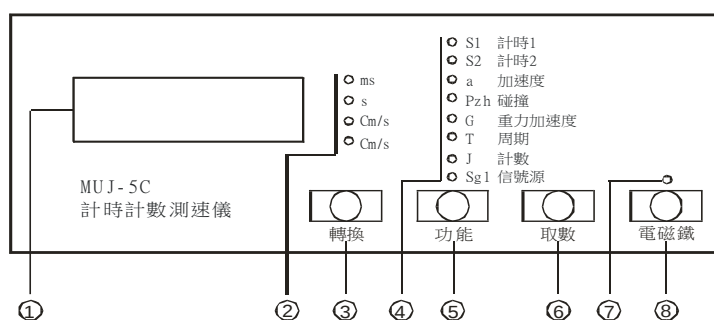
- (a) 速率：0.00 ~ 1000.0 cm/s
- (b) 加速度：±0.00 ~ 1200.0 cm/s²
- (c) 計數：0 ~ 99999
- (d) 計時：0.00 ms ~ 999.99 s，0.01 ms 數量級以上，可確保五位有效數字顯示。
- (5) 可存儲 20 個時間數據，在週期測量中會存儲 21 個時間數據，前 20 個振動週期和一個 n 次(最多 9999 週期)振動的累加時間總和。
- (6) 脈沖信號源有 1Hz、10Hz、100Hz、1000Hz、10000Hz 等五檔，輸出信號振幅約 5V。
- (7) 可提供 6V 直流電壓及 0.5A 的直流穩壓電源輸出。
- (8) 配有四個光電閘信號輸入插座。
- (9) 配有進行斜面運動和自由落體運動實驗時，所需之電磁鐵啟動運動用的控制插座。
- (10) 工作條件：使用 AC110 V±10%，50 Hz~60 Hz 輸入電源；環境溫度介於-10℃~40℃ 間；在 40℃ 時，相對濕度低於 85%；可連續工作。

C. 面板說明

- (1) 前面板：如圖 2(a)和 2(b)所示，③、⑤、⑥和⑧等所有按鍵均為循環式的切換開關。



(a) 多功能光電計時器實體照



- | | |
|--------------|----------|
| ①五位元 LED 顯示列 | ②測量單位指示燈 |
| ③數值轉換鍵 | ④功能轉換指示燈 |
| ⑤功能選擇/復位鍵 | ⑥取數鍵 |
| ⑦電磁鐵開關指示燈 | ⑧電磁鐵開關鍵 |

(b) 前面板示意圖和說明

圖 2、(a)MUJ-5C 多功能光電計時器實體照，(b)前面板示意圖和說明。

①五位元 LED 顯示列：顯示測量結果

②測量單位指示燈：依所選定的測量功能，顯示所測得之數據的單位，如 ms 與 s 兩個時間單位，和 cm/s 與 cm/s 兩個速率的單位。

③轉換鍵(Changeover)：當選擇計時、加速度和碰撞等測量功能時，在 1 秒內迅速按轉換鍵，可交替地選擇測量各種不同物理量。

光電閘的遮光板寬度有 1.0cm、3.0cm、5.0cm、10.0cm 等四個不同寬度的選擇，可經由轉換鍵的切換選擇所用之遮光板的寬度。使轉換鍵的切換時間超過 1 sec，即可選擇遮光板的寬度設定。

⑤功能鍵(Function)：如按下功能鍵前，光電閘若遮過光，則可先按一次功能鍵進行歸零。若光電閘沒遮過光，請按功能鍵選擇擬測量的功能。

⑥取數鍵(Data Fetch)：在計時 1(S_1)、計時 2(S_2)、週期(T)功能時，儀器可自動存入前 20 個測量值，按下取數鍵，可顯示存入的記錄值。當顯示「En」表示將顯示存入的第 n 值。

⑦電磁鐵開/關指示燈：顯示電磁鐵處於吸合或鬆離的狀態，當紅色 LED 亮時，表示電磁鐵為開啟的吸合狀態；LED 不亮時，則表示電磁鐵為關閉狀態。

⑧電磁鐵開關鍵(Electromagnet)：控制電磁鐵的吸合和鬆離(鍵上⑦LED 顯示暗)的切換鍵，當按鍵上的⑦電磁鐵開/關紅色 LED 指示燈亮時，表示有電磁鐵為開啟的吸合狀態；LED 不亮時，則表示電磁鐵為關閉，處於無電磁力的狀態。

(2) 後面板插座說明：見圖 3。

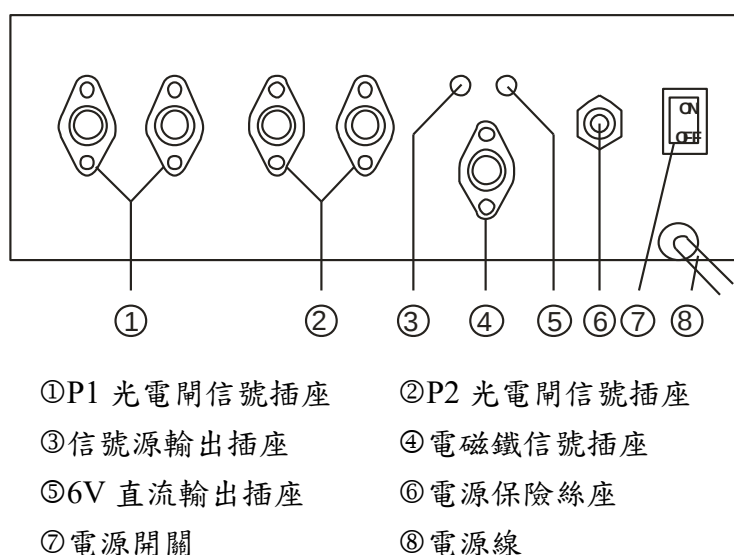


圖 3 光電計時器背面板示意圖和說明。

D. 多功能光電計時器使用說明簡表

表 1 多功能光電計時器使用簡表(永原科學儀器公司製造,型號 A04-153&MUJ-5C)				
(1) 測量前先按下 Changeover (>1 sec), 選擇所選用之檔光片的寬度 (2) 測量後可迅速(<1 sec)按下 Changeover , 可使顯示器的顯示值切換為時間或速度 (3) 數據顯示後, 可按 Function 鍵歸零, 重新實驗。歸零後再按一次 Function 鍵, 可跳入下一功能選擇				
功能	應用例	遮光板	光電閘	時間數據顯示(秒/毫秒)
Timing I	拋體初速 轉動週期		P1 或 P2	• 同一光電閘擋光時程/速度 • 按 Data Fetch 顯示 20 組記錄
Timing II	重物下落 已知高度 時間	 	P1 或 P2	• 以擋光片得同一光電閘兩次擋光的時距 • 以擋光片得同一光電閘一次擋光的時程--- Changeover 選擇時間 - 速度--- Changeover 選擇速度 • 可按 Data Fetch 顯示 20 組記錄
Acceleration	直線等加 速度運動		由 P1 至 P2	• Changeover 選擇時間 - P1 的擋光時程 - P2 的擋光時程 - P1 至 P2 的擋光時程 • Changeover 選擇速度 - P1 的擋光速度 - P2 的擋光速度 - P1 至 P2 的加速度
Collision	碰撞運動		P1 或 P2	• Changeover 選擇速度 - 顯示各光電閘各來回 1 至 3 次擋光片之速度 • Changeover 選擇時間 - 顯示各光電閘各來回 1 至 3 次擋光片之時間
Gravity Acceleration	自由落體		由電磁鐵 至 P1~P4	準備好後, 按下 Electromagnet 顯示電磁鐵下端至 P1/P2/P3/P4 的時程
Cycle	單擺 複擺 簡諧運動	 	P1 或 P2	• Changeover 預設週期數 100 以內。 實驗完顯示總時間, 再按 Data Fetch 顯示最後 20 週期時間。 • 不預設週期數而直接測量直到結束 可顯示測量週期序直到結束。按 Changeover 顯示總時間, 再按 Data Fetch 顯示最後 20 週期時間實
Count	轉動次數		P1 或 P2	• 顯示遮光次數
Signal Source	信號源		輸出插座	• 按 Changeover 可輸出頻率為：1、10、100、1000、10000 的方波信號，單位為 Hz
DC Power	DC6V		輸出插座	• 任何時間可輸出

E.操作方法

(1)測量單位：

- (a) ms：1/1000 秒，計時單位
- (b) s：秒，計時單位
- (c) m/s：公分/秒，速度單位
- (d) cm/s^2 ：公分/秒平方，加速度單位

(2)八項物理量的測量

(a) Timing I (計時 1, S₁)：遮光時程測量

測量光電閘的擋光時間，可連續測量，並自動存入前 20 個所測得的數據。按下取數鍵可查看儲存於計數器內的數據。

(b) Time II (計時 2, S₂)：二次遮光時間間距測量

測量光電閘兩次擋光的間隔時間，可連續測量。並自動存入前 20 個數據，按下取數鍵可查看所量得的數據。

(c) Acceleration (加速度, a)測量

測量帶有凹形擋光片的滑行器通過相鄰兩個光電閘的速度，以及通過此兩光電閘間之段路程所需的時間，可連接 2 至 4 個光電閘。在此測量模態時，本計時器的顯示面版上會循環顯示下列數據：

1	第一個光電管
×××××	第一個光電管測量值(T1/V1)
2	第二個光電管
×××××	第二個光電管測量值(T2/V2)
1~2	第一至第二光電管
×××××	第一至第二光電管測量(T1~2/a)

如接有第 3、4 個光電閘，則除顯示上測量數據外，並繼續顯示第 3 個光電管、第 4 個光電管及 2~3、3~4 段的測量值，如下所列。

3	第三個光電管
×××××	第三個光電管測量值(T3/V3)
2~3	第二至第三光電管
×××××	第二至第三光電管測量(T2~3/a)
4	第四個光電管
×××××	第四個光電管測量值(T4/V4)
3~4	第三至第四光電管
×××××	第三至第四光電管測量(T3~4/a)

按功能鍵清“0”，可進行另一系列新的測量。

(d) Collision (碰撞, Pzh)：等質量與不等質量間的碰撞實驗測量

在計時器后面板的 P1、P2 接頭各接一只光電管，兩只滑行器上裝好相同寬度的凹形擋光片和碰撞彈簧，讓滑行器從氣軌兩端向中間運動，各自通過一個光電

開後相撞。

做完實驗，會循環顯示下列數據：

P1.1	第一次通過 P1 光電管
×××××	第一次通過 P1 光電管的遮光時間測量值
P1.2	第二次通過 P1 光電管
×××××	第二次通過 P1 光電管的遮光時間測量值
P2.1	第一次通過 P2 光電管
×××××	第一次通過 P2 光電管的遮光時間測量值
P2.2	第二次通過 P2 光電管
×××××	第二次通過 P2 光電管的遮光時間測量值

① 如滑塊通過 P1 光電管三次，但僅通過 P2 光電管一次，則計時器將不顯示 P2.2 而顯示 P1.3，表示物體第三次通過 P1 光電管的第三次遮光時間。

② 如滑塊通過 P2 光電管三次，通過 P1 光電管一次，本機將不顯示 P1.2 而顯示 P2.3，表示第三次通過 P2 光電管的第三次遮光時間。

③ 按功能鍵歸零後，可進行另一系列新的測量。

(e) Gravity Acceleration (重力加速, g)：

將電磁鐵插入電磁鐵插口，2~4 個光電閘插入光電閘插口，電磁鐵開關鍵上方發光管亮時，吸上小鋼球(待測物體)；按電磁鐵開關鍵，小鋼球下落(同步計時)，到小鋼球前沿遮住光電閘(計錄時間)，計時器陸續顯示物體從開始下落至通過第 n 個光電閘所經歷的時間：

1	第一個光電管
×××××	t_1 值(物體開始下落至通過第一個光電閘所經歷的時
間)	
2	第二個光電管
×××××	t_2 值(物體開始下落至通過第二個光電閘所經歷的時
間)	
3	第三個光電管
×××××	t_3 值(物體開始下落至通過第三個光電閘所經歷的時
間)	
4	第四個光電管
×××××	t_4 值(物體開始下落至通過第四個光電閘所經歷的時
間)	

因 $h_1 = \frac{1}{2}gt_1^2$ ， $h_2 = \frac{1}{2}gt_2^2$ ，故有 $g_1 = \frac{2(h_2 - h_1)}{t_2^2 - t_1^2}$ ， $(h_2 - h_1)$ 為第一個和第二個光電閘之間的距離。

$$g_3 = \frac{2(h_4 - h_1)}{t_4^2 - t_1^2}, \quad g_2 = \frac{2(h_3 - h_1)}{t_3^2 - t_1^2}$$

兩光電閘間的設定距離愈大，則測量誤差越小。按功能鍵或按電磁鐵開關鍵，儀器可自動歸零，使電磁鐵重新吸合。重力加速度的測量方法，也可用計時 2(S₂) 的功能測量。

(f) Cycle (週期, T) :

測量單擺振子或彈簧振子 1~9999 週期的時間。一只光電閘插入光電閘插口，可選用以下二種方法。

- ① 不設定週期數：在週期數顯示為 0 時，每完成一個週期，顯示週期數會加 1。按下轉換鍵即停止測量。在顯示最後一個週期數約 1 秒後，將接著顯示累計時間值。
- ② 設定週期數：按下轉換鍵不放，確認到您所需週期數時放開此鍵即可。(只能設定 100 以內的週期數。) 每完成一個週期，顯示週期數會自動減 1，當最後一次遮光完成，顯示累計時間值。

按取數鍵可顯示本次實驗(最多前 20 個週期)每個週期的測量值，如顯示 E2(表示第二個週期)，×××××(第二個週期的時間)...

(a) **Count (計數, J) :** 測量光電閘的遮光次數

(b) **Source Signal (信號源, Sg1) :** 將信號源輸出插頭，插入信號源輸出插口，可輸出頻率為：1 Hz、10 Hz、100 Hz、1000 Hz、10000 Hz 的信號，按轉換鍵可切換信號的頻率選擇。

F. 自動檢測、調整和維護

- (1) 具自動檢測功能，按住取數鍵不放，再開啟電源開關，數碼管顯示“22222”、“55555”，發光二極管全亮，顯示 20.47ms，說明儀器程序，光電閘輸入工作正常。若出現無計時功能，請檢查光電閘是否正常。
- (2) 存放時間滿 6 個月，應拿出通電 1 小時。

G. 注意事項

- (1) 測量時間小於 1ms 或大於 99.999s，按轉換鍵將之轉換為速率時。顯示 0.0.0.0.表示超出範圍測量。
- (2) 做完實驗後，請關閉儀器電源開關。
- (3) 避免使儀器接近陽光和高溫熱源，以免影響儀器的性能。
- (4) 儀器出現故障，請找專業技術人員修理。

附錄二、影像數據擷取與分析軟體

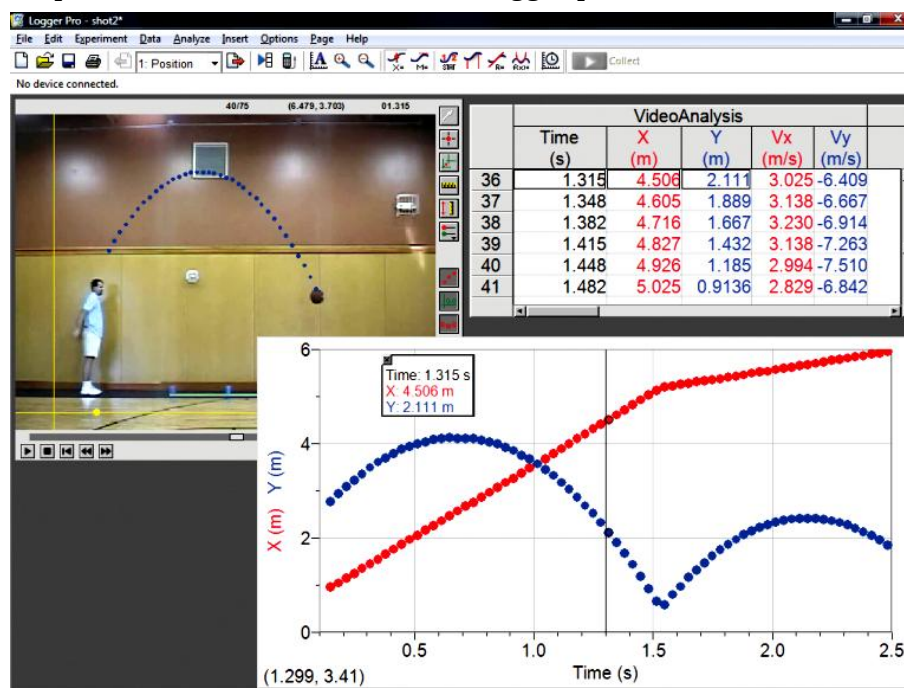
可使用 影像追蹤與分析軟體: Tracker (<https://opensourcephysics.github.io/tracker-website/>)。

或使用 Vernier 公司研發的 Logger Pro 套裝軟體(連結參考本實驗網頁)。該軟體，可根據數位影像記錄器(如針孔、照像攝影機、手機的錄影功能錄製影片)。所拍攝下來的影片，將影片中某物體隨時間運動的位置、速率和加速度變化，利用此軟體的對位功能，快速地獲得物體的運動軌跡、速度和加速度隨時間的變化趨勢圖和表格式的數據列組，並可利用最小方差擬合運算技術，求出運動物理量對某變數的最佳函數擬合關係。如圖範例所示：

- (1) 下圖的左上方是以攝影機或連拍相機錄得的影像。
- (2) 再利用 Logger Pro 軟體的影像對位數位化功能，將影像中特定物體(如球體)隨時間變化的位置轉成圖中右上方表格內的座標位置序列。
- (3) 右下方則利用表格內所得的位置數據作圖，清楚地顯示球體之位置隨時間的變化函數。

Logger Pro 套裝軟體的功能介紹、軟體下載、線上教學等資訊可參見下列網站：

- (1) 本校版權下載網站：<http://www.phys.nthu.edu.tw/~gplab/resources.html>
- (2) 軟體介紹網站：<http://www.vernier.com/products/software/lp/>
- (3) 教學網站：<http://www.vernier.com/downloads/logger-pro-demo/>



Logger Pro 軟體的影像對位數位化功能範例，照片來源：

http://www.vernier.com/images/magnify/screenshot.lp_videoanalysis.001.png

附錄三、實驗四(選做實驗)的參考步驟

以數位攝影裝置觀測物體的運動情形：

- (1) 維持與實驗三相同的實驗條件，即滑車質量，砝碼組質量，細線長度與滑車起始位置和起始速度都不變的條件下；但除去光電閘裝置，改以數位攝影裝置，將滑車在軌道上運動的全程影像攝錄下來，並存檔。
- (2) 以 logger pro 分析軟體或使用自己熟知的其他類似套裝軟體，將所得的錄影圖像進行一系列的分析，以獲得物體的運動軌跡 $x(t)$ 函數，並經最小方差擬合迴歸分析求出最佳擬合的軌跡位置隨時間變化的函數關係 $x(t)$ 。
- (3) 以前一步驟所得的結果，導出 $v(t)$, $a(t)$ 函數，並與預期的理論計算結果作比較，探討其變化趨勢。計算並描繪出物體所受淨作用力 F 隨時間的變化趨勢 $F(t)$ 。
- (4) 請探討哪些因素會影響數位攝影方式所得的實驗結果和誤差來源。
- (5) 以攝影法所得的所有結果和以光電閘所測得的數據和導得的各種運動物理量的結果作詳細的比較。你認為兩種測量方法的優缺點分別為何？

以超音波測距器量測物體的運動情形 (可參考實驗室網頁儀器設定說明)

- (1) 安裝 Arduino 驅動程式
- (2) 安裝 CoolTerm 軟體，利用此軟體可讀入序列埠的數據
- (3) 將測試盒接上筆電，開啟 CoolTerm 軟體，connect 後自動收集資料。

附錄四、以光電計時裝置觀測物體的運動狀況---牛頓第二運動定律的初步驗證

- (1) 利用兩個光電閘，記錄滑車因外力作用所產生的運動狀況。先以光電計時器的 **Gravity Acceleration** 測量功能及 U 型檔板記錄運動體在一維的軌道上，滑車之位移 x 隨時間 t 的變化函數關係，即 $x(t)$ 函數。另光電閘在同一位置以 **Acceleration** 功能再取得時間，速度及加速度的值。至少須測得 10 組實驗數據組 (x_i, t_i) , $i = 1-10$ ，請列表詳細記錄實驗所得數據，及以圖形描繪出變化趨勢。並請詳細寫下如何獲得 $x(t)$ 函數的方法。
- (2) 請以所測得的 10 組數據，根據最小方差迴歸擬合法(least square regression)找出實驗數據組的最佳擬合函數關係 $x(t)$ ，並從所得結果判斷滑車做什麼運動？求算出相關的運動物理量。
- (3) 請依所得的最佳擬合函數關係 $x(t)$ ，計算物體經過步驟(1)中 10 個不同實驗位置 (x_i, t_i) , $i = 1-10$ 時，滑車的速度 v 和加速度 a 值，並將計算所得結果併列於步驟(1)的實驗數據記錄表中。請與上述理論計算所得的結果 $x(t)$ 、 $v(t)$ 和 $a(t)$ 作比較，並估算誤差值。
- (4) 在實驗條件固定的情況下，改變與(1)不同光電計時裝置量測加速度的功能記錄 5 組取得時間，速度及加速度的值實驗數據組；加上(1)同法測得之數據，以圖形描繪出速度 v 對位置 x 的函數變化趨勢，即 $v(x)$ ，並求算其最佳擬合的函數關係 $v_f(x)$ 。您認為此處所測得的速度是瞬間速度嗎？此法所測得的加速度是瞬間加速度嗎？
- (5) 在實驗條件仍保持不變的情況下，改以光電計時裝置量測加速度的功能，記錄 10 組 (x_i, a_i) 實驗數據組；請以圖形描繪出位置加速度 a 對 x 的函數變化關係，即 $a(x)$ ，並求算其最佳擬合的函數關係 $a_f(x)$ 。
- (6) ①利用步驟(4)和(5) 所得的實驗數據和擬合函數所得的 $v(x)$ 和 $a(x)$ 關係，推導出物體的運動軌跡 $x(t)$ 函數。計算所得數據亦請併入前述的數據記錄表中，以利之後的比較。
②請和步驟(1)和(2)所得的運動軌跡 $x(t)$ 函數做比較。
③請詳細描述由此三組不同物理量(時間、速度、加速度)的實驗測量數據所得的運動軌跡 $x(t)$ 函數有何異同之處？您認為哪一種方式所得的運動軌跡 $x(t)$ 最準確？
- (7) 請探討每一實驗步驟中，哪些因數會影響實驗數據的精確度和其影響程度？